

朴素贝叶斯

邸小丽 2020-04-30

贝叶斯相关术语

```
graph LR; A[贝叶斯相关术语] --- B[贝叶斯定理/贝叶斯公式]; A --- C[贝叶斯估计/最大后验概率估计MAP/最大似然估计MLE]; A --- D[贝叶斯学派 vs 频率学派]; A --- E[贝叶斯决策论]; A --- F[贝叶斯分类器]; A --- G[朴素贝叶斯NB]; A --- H[半朴素贝叶斯TAN]; A --- I[贝叶斯网络BAN];
```

贝叶斯定理/贝叶斯公式

贝叶斯估计/最大后验概率估计MAP/最大似然估计MLE

贝叶斯学派 vs 频率学派

贝叶斯决策论

贝叶斯分类器

朴素贝叶斯NB

半朴素贝叶斯TAN

贝叶斯网络BAN

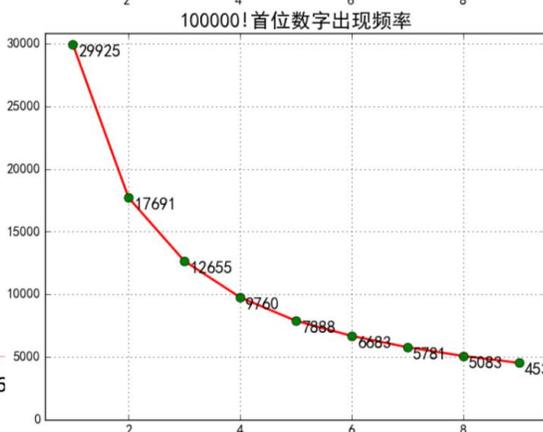
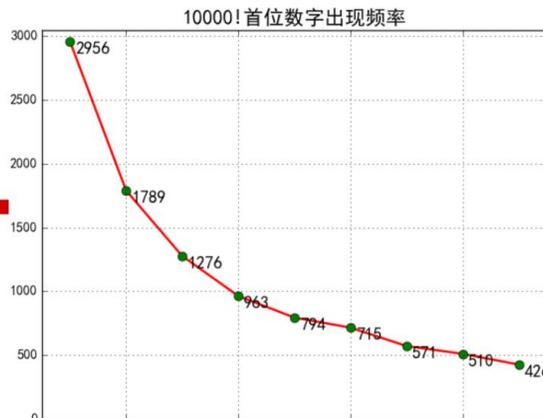
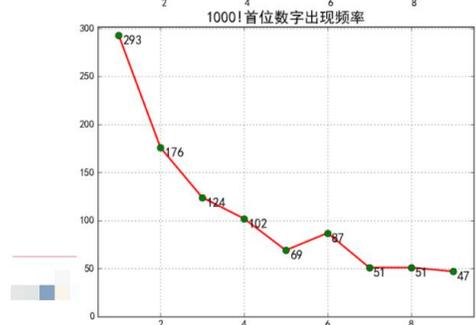
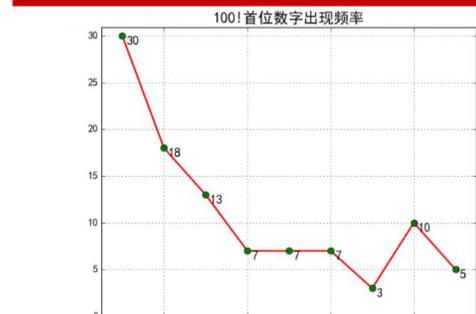
朴素贝叶斯

- 相关统计学知识
 - 条件概率/先验概率/后验概率/全概率
- 贝叶斯定理
 - 贝叶斯公式定义
 - 应用案例
 - 贝叶斯定理解决问题思路
- 朴素贝叶斯算法
 - 模型、推理、参数估计
 - 算法过程
 - 几种常见的分类器
 - 小结
- 无处不在的贝叶斯
- 文档分类**DEMO**

概率与直观

- 本福特定律，也称为本福特法则，说明一堆从实际生活得出的数据中，以**1**为首位数字的数的出现概率约为总数的三成，接近直觉得出之期望值**1/9**的**3**倍。推广来说，越大的数，以它为首几位的数出现的概率就越低。它可用于检查各种数据是否有造假。

数字的概率



- 阶乘/素数数列/斐波那契数列
- 住宅地址号码
- 经济数据反欺诈
- 选举投票反欺诈

d	p
1	30.1%
2	17.6%
3	12.5%
4	9.7%
5	7.9%
6	6.7%
7	5.8%
8	5.1%
9	4.6%

概率论只不过是把常识用数学公式表达了出来。——拉普拉斯

概率基础

- 条件概率

设A,B是两个事件, 且 $P(B)>0$,则在事件B发生的条件下,

事件A发生的条件概率为: $P(A|B) = P(AB)/P(B)$

- 联合概率

联合概率指的是包含多个条件且所有条件同时成立的概率, 记作 $P(X=a,Y=b)$ 或 $P(a,b)$,

有的书上也习惯记作 $P(ab)$

- 与条件概率关系 $P(X|Y) = \frac{P(X,Y)}{P(Y)}$

- 与边缘概率关系 $P(A=a) = \sum_b P(A=a, B=b)$ $P(A=b) = \sum_a P(A=a, B=b)$

- 联合概率分布: 联合概率分布就是联合概率在样本空间中的分布情况。

- 乘法公式

$$P(AB) = P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A)$$

乘法公式的推广: 对于任何正整数 $n \geq 2$, 当 $P(A_1A_2...A_{n-1}) > 0$ 时, 有:

$$P(A_1A_2...A_{n-1}A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

- 全概率公式 $P(A) = \sum_{i=1}^{\infty} P(B_i)P(A|B_i)$ $P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$ 解决正向概率的问题

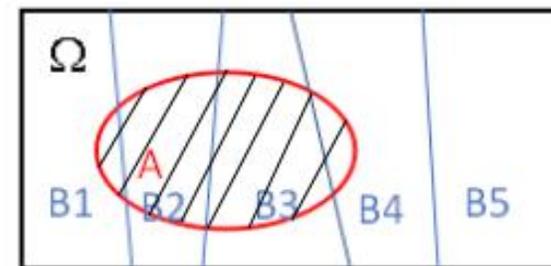
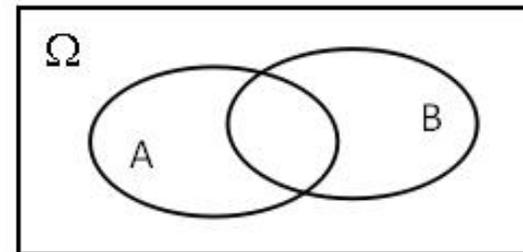
- 先验概率

是指根据以往经验和分析得到的概率, 如全概率公式, 它往往作为"由因求果"问题中的"因"出现的概率。

- 后验概率

事情已经发生, 要求这件事情发生的原因是由某个因素引起的可能性的大小。

后验概率是指在得到“结果”的信息后重新修正的概率, 是“执果寻因”问题中的"果"。后验概率的计算要以先验概率为基础。



贝叶斯定理

• 由来

贝叶斯定理是18世纪英国数学家托马斯·贝叶斯 (Thomas Bayes) 提出得重要概率论理论。

所谓的贝叶斯定理源于他生前为解决一个“逆概”问题写的一篇文章，而这篇文章是在他死后才由他的一位朋友发表出来的。在贝叶斯写这篇文章之前，人们已经能够计算“正向概率”，如“假设袋子里面有 N 个白球， M 个黑球，你伸手进去摸一把，摸出黑球的概率是多大”。而一个自然而然的问题是反过来：“如果我们事先并不知道袋子里面黑白球的比例，而是闭着眼睛摸出一个（或好几个）球，观察这些取出来的球的颜色之后，那么我们可以就此对袋子里面的黑白球的比例作出什么样的推测”。这个问题，就是所谓的逆向概率问题。



正向概率



逆概率

• 贝叶斯公式

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = P(B) \frac{P(A|B)}{P(A)}$$

$P(B|A)$ 后验概率
 $P(B)$ 先验概率 (先根据以往经验预估)
 $\frac{P(A|B)}{P(A)}$ 标准似然度/可能性函数
 $P(A)$ 似然度
 $\frac{P(A|B)}{P(A)}$ 标准化常量
B要求解的问题 **A**已知信息

>1 , 意味着先验概率被增强, 事件**B**发生的可能性变大;
 $=1$, 意味着事件**A**无助于判断事件**B**的可能性;
 <1 , 意味着先验概率被削弱, 事件**B**发生的可能性变小

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i) * P(B_i)}{\sum_{j=1}^n P(B_j)P(A|B_j)} = \frac{likelihood * prior}{evidence}$$

给定某系统的若干样本**x**, 计算该系统的参数**θ** (类别), 即:

$$P(\theta|x) = \frac{P(x|\theta) P(\theta)}{P(x)}$$

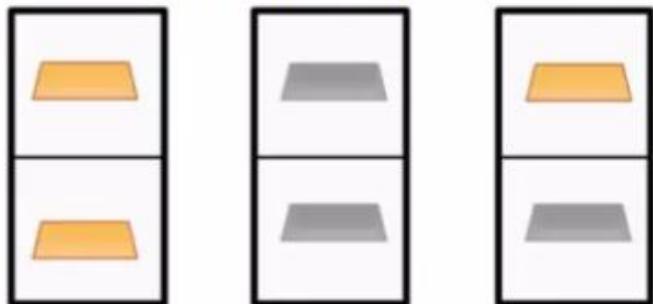
参数**θ**的概率分布: 似然函数

金条问题

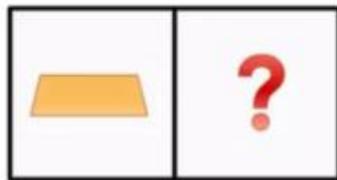


□ 现有三个箱子，每个箱子各有两块贵金属。

■ 三个箱子的金银条如下：



■ 现随机选择一个箱子的其中一块贵金属，发现是金条，请问，该箱子中另外一块仍然是金条的概率是多少？



- 举例:疾病检测

现在有种病的发病率是**0.001**，有一种试剂可以检测患者是否得病，准确率是**0.99**，他的误报率是**5%**，就是说被测者没有患病的情况下，他有**5%**的可能呈现阳性。现在有一个患者检测结果是阳性，请问，他确实得病的可能性有多大？

第一步：分解问题

- 要求解的问题

病人的检测结果是阳性（新的信息）为事件**B**；他得病记为事件**A**；那么求解的就是 **$P(A|B)$**

- 已知信息

$$P(A)=0.001$$

$$P(B|A) = 0.99$$

$$P(B|A') = 5\%$$

- 求解

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|A')P(A') = 0.99*0.001 + 0.05*0.999 = 0.05$$

$$P(A|B) = 1.98\%$$

也就是说，虽然试剂的准确性为**99%**，但是通过检验判断有没有得病的概率只有**1.98%**

- 应该相信筛查结果吗？

提高先验概率，可以有效提高后验概率。这时就需要对检查出问题的人再重复检测一次，提高检测的准确率。

• 贝叶斯定理解决问题思路

贝叶斯定理的应用套路

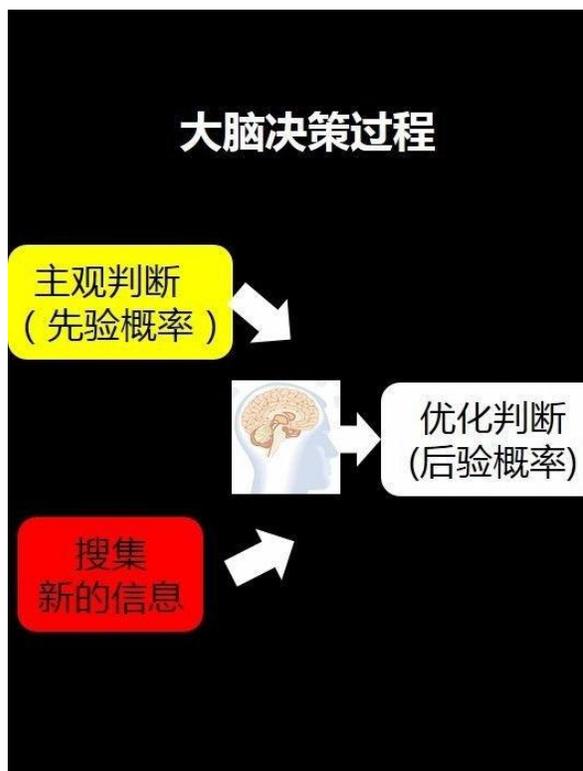
1. 分解问题
问题是什么？
已知条件是什么？
2. 应用贝叶斯定理
3. 求贝叶斯公式中的2个指标
 - 1) 求先验概率
 - 2) 求可能性函数
 - 3) 带入贝叶斯公式求后验概率

$$P(A|B) = P(A) \frac{P(B|A)}{P(B)}$$

后验概率 先验概率 可能性函数

https://blog.csdn.net/qq_41529692

如何在生活中优化你的决策



1、分解问题

先列出要解决的问题是什么？

已知的条件有哪些？

2、给出主观判断

不是瞎猜，是根据自己的经历和学识来给出主观判断，也就是给出先验概率

3、搜集新的信息，优化判断

持续关注你要解决的问题的相关信息最新动态，然后用获取到的新信息来不断调整第2步的主观判断。如果新信息符合这个主观判断，你就提高主观判断的可信度，如果不符合，就降低主观判断的可信度。

大胆假设，小心求证 —— 胡适

朴素贝叶斯

- 假设
 - 一个特征出现的频率，与其他特征(条件)独立(特征独立性)
 - 其实是：对于给定分类的条件下，特征独立
 - 每个特征同等重要(特征均衡性)
- 朴素贝叶斯(Naive Bayes, NB)是基于“特征之间是独立的”这一朴素假设，应用贝叶斯定理的监督学习算法。

对于给定的特征向量 x_1, x_2, \dots, x_n

类别 y 的概率可以根据贝叶斯公式得到：

$$P(y | x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{P(y)P(x_1, x_2, \dots, x_n | y)}{P(x_1, x_2, \dots, x_n)}$$

- 典型的生成学习方法：由训练数据学习联合概率分布 $\mathbf{P}(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ 然后求得后验概率分布 $\mathbf{P}(\mathbf{Y}|\mathbf{X})$. 计算联合概率 $\mathbf{p}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ ，可以理解为对 $\mathbf{p}(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ 和 $\mathbf{p}(\mathbf{y})$ 同时进行建模；
- 概率估计方法可以是极大似然估计、最大后验概率估计。

推导

- 使用朴素的独立性假设:

$$P(x_i | y, x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) = P(x_i | y)$$

- 类别 y 的概率可简化为:

$$P(y | x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{P(y)P(x_1, x_2, \dots, x_n | y)}{P(x_1, x_2, \dots, x_n)} = \frac{P(y) \prod_{i=1}^n P(x_i | y)}{P(x_1, x_2, \dots, x_n)}$$

- 在给定样本的前提下, $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是常数:

$$P(y | x_1, x_2, \dots, x_n) \propto P(y) \prod_{i=1}^n P(x_i | y)$$

- 从而: $\hat{y} = \arg \max_y P(y) \prod_{i=1}^n P(x_i | y)$
-

朴素贝叶斯模型

假设分类模型样本为:

$$(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}, y_1), (x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_n^{(2)}, y_2), \dots, (x_1^{(m)}, x_2^{(m)}, \dots, x_n^{(m)}, y_m)$$

即 m 个样本, 每个样本 n 个特征, 特征输出为 K 个类别, 定义为 C_1, C_2, \dots, C_k 。

从样本中可以学习到先验分布 $P(Y=C_k) (k=1, 2, \dots, K)$

接着学习到条件概率分布 $P(X=x|Y=C_k) = P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n | Y = C_k)$

然后得到 X 和 Y 的联合分布 $P(X, Y=C_k) = P(Y=C_k)P(X=x|Y=C_k)$

$$= P(Y=C_k) \underbrace{P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n | Y = C_k)}_{\text{假设: } X \text{ 的 } n \text{ 个维度之间互相独立}}$$

最大似然法

$$= P(Y=C_k) P(X_1 = x_1 | Y=C_k) P(X_2 = x_2 | Y=C_k) \dots P(X_n = x_n | Y=C_k)$$

给定测试集的一个新样本特征 $(x_1^{(test)}, x_2^{(test)}, \dots, x_n^{(test)})$, 如何判断属于哪个模型?

只需要计算出 K 个条件概率 $P(Y=C_k|X=X^{(test)})$, 然后找出最大条件概率对应的类别。

朴素贝叶斯推导过程

我们预测的类别 C_{result} 是使 $\mathbf{P}(Y=C_k|\mathbf{X}=X^{(test)})$ 最大化的类别，即为：

$$\begin{aligned} C_{result} &= \operatorname{argmax} \mathbf{P}(Y=C_k|\mathbf{X}=X^{(test)}) \\ &= \operatorname{argmax} \frac{P(X=X^{(test)} | Y=C_k) P(Y=C_k)}{P(X=X^{(test)})} \end{aligned}$$

对于所有的类别计算上式，分母都是一样的。因此可以简化为：

$$= \operatorname{argmax} P(X = X^{(test)} | Y = C_k) P(Y = C_k)$$

接着利用朴素贝叶斯独立性假设，得到：

$$C_{result} = \operatorname{argmax} P(Y = C_k) \prod_{j=1}^n P(X_j = x_j^{(test)} | Y = C_k)$$

朴素贝叶斯算法过程

假设训练集为 m 个样本 n 个维度，如下：

$$(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}, y_1), (x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_n^{(2)}, y_2), \dots, (x_1^{(m)}, x_2^{(m)}, \dots, x_n^{(m)}, y_m)$$

特征输出为 K 个类别，定义为 C_1, C_2, \dots, C_k 。每个特征输出类别的样本个数为 m_1, m_2, \dots, m_k ，

在第 k 个类别中，如果是离散特征，则特征 X_j 各个类别取值为 m_{kjl} ，其中 l 的取值为 $1, 2, \dots, S_j$ 为特征 j 不同的取值数。

输出为实例 $X^{(test)}$ 的分类。

算法流程如下：

1) 计算 Y 的 K 个先验概率或者已有先验概率 $P(Y=C_k) = \frac{m_k + \lambda}{m_k + S_j \lambda} = \frac{m_k + \lambda}{m + K \lambda}$

2) 分别计算第 k 个类别的第 j 维特征的第 l 个取值条件概率 $P(X_j = x_{jl} | Y = C_k)$

a) 如果是离散值

$$P(X_j = x_{jl} | Y = C_k) = \frac{m_{kjl} + \lambda}{m_k + S_j \lambda}$$

b) 如果是连续值，不需要计算各个 l 的取值概率，直接求正态分布的参数

$$P(X_j = x_j | Y = C_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k^2}} \exp\left(-\frac{(x_j - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2}\right)$$

需要求出 μ_k 和 σ_k^2 。 μ_k 为在样本类别 C_k 中，所有 X_j 的平均值。 σ_k^2 为在样本类别 C_k 中，所有 X_j 的方差。

3) 对于实例 $X^{(test)}$ ，分别计算

$$P(Y = C_k) \prod_{j=1}^n P(X_j = x_j^{(test)} | Y = C_k)$$

4) 确定实例 $X^{(test)}$ 的分类 C_{result}

$$C_{result} = \underset{C_k}{\operatorname{argmax}} P(Y = C_k) \prod_{j=1}^n P(X_j = X_j^{(test)} | Y = C_k)$$

常见分布 📄

离散概率分布

伯努利分布/两点分布/0-1分布

掷骰子 ⊖ 多项式分布

扔硬币 ⊖ 二项式分布

泰勒展开式 ⊖ 泊松分布

期望和方差相等，可以理解为强度

某一服务设施在一定时间内到达的人数

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

概率密度函数

高斯分布/常态分布/正态分布

二元/多元高斯分布

分布之上的分布 ⊖ 狄利克雷分布

共轭先验：先验分布是贝塔分布，而后验分布同样是贝塔分布。

⊖ 贝塔分布与二项分布是共轭先验。

⊖ 贝塔分布/Beta分布(概率的概率) 📄

dirichlet (狄利克雷) / 多元beta分布

连续概率分布

均匀分布

指数分布的无记忆性 ⊖ 指数分布

高斯分布

二点分布

⊖ 指数族分布 The exponential family 📄

高斯朴素贝叶斯 Gaussian Naive Bayes

- 根据样本使用MAP(Maximum A Posteriori)估计 $P(y)$ ，建立合理的模型估计 $P(x_i | y)$ ，从而得到样本的类别。

$$\hat{y} = \arg \max_y P(y) \prod_{i=1}^n P(x_i | y)$$

- 假设特征服从高斯分布，即：

$$P(x_i | y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{(x_i - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right)$$

- 参数使用MLE估计即可。

多项分布朴素贝叶斯Multinomial Naive Bayes

□ 假设特征服从多项分布，从而，对于每个类别 y ，参数为 $\theta_y = (\theta_{y1}, \theta_{y2}, \dots, \theta_{yn})$ ，其中 n 为特征的数目， $P(x_i | y)$ 的概率为 θ_{yi} 。

□ 参数 θ_y 使用MLE估计的结果为：
$$\hat{\theta}_{yi} = \frac{N_{yi} + \alpha}{N_y + \alpha \cdot n}, \quad \alpha \geq 0$$

□ 假定训练集为 T ，有：
$$\begin{cases} N_{yi} = \sum_{x \in T} x_i & \text{训练集 } T \text{ 上特征 } i \text{ 在类别 } y \text{ 中出现的次数} \\ N_y = \sum_{i=1}^n N_{yi} & \text{类别 } y \text{ 的所有特征的总数} \end{cases}$$

□ 其中，

■ $\alpha = 1$ 称为Laplace平滑，

■ $\alpha < 1$ 称为Lidstone平滑。

$$\hat{y} = \arg \max_y P(y) \prod_{i=1}^n P(x_i | y)$$

MLE

以抛硬币为例，假设我们有一枚硬币，现在要估计其正面朝上的概率 θ 。为了对 θ 进行估计，我们进行了10次实验（独立同分布，i.i.d.），这组实验记为 $X = x_1, x_2, \dots, x_{10}$ ，其中正面朝上的次数为6次，反面朝上的次数为4次，结果为 $(1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1)$ 。

MLE的思想是使得观测数据（样本）发生概率最大的参数就是最好的参数。

$$L(X; \theta) = \prod_{i=1}^n P(x_i | \theta) = \theta^6 (1 - \theta)^4 \quad \hat{\theta} = 0.6$$

$$\ln L(X; \theta) = \ln \prod_{i=1}^n P(x_i | \theta) = \sum_{i=1}^n \ln(P(x_i | \theta)) = 6 \ln(\theta) + 4 \ln(1 - \theta)$$

MLE的求解步骤:

- 确定似然函数
- 将似然函数转换为对数似然函数
- 求对数似然函数的最大值（求导，解似然方程）

MAP

最大后验概率估计的求解步骤:

- 确定参数的先验分布以及似然函数
- 确定参数的后验分布函数
- 将后验分布函数转换为对数函数
- 求对数函数的最大值 (求导, 解方程)

$$\operatorname{argmax}_{\theta} P(\theta|X) = \operatorname{argmax}_{\theta} \frac{P(X|\theta)P(\theta)}{P(X)} \propto \operatorname{argmax}_{\theta} P(X|\theta)P(\theta)$$

假设 $\theta \sim N(0.5, 0.1)$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\theta-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-50(\theta-0.5)^2}$$

$$P(X|\theta)P(\theta) = \theta^6 \times (1-\theta)^4 \times \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} \times e^{-50(\theta-0.5)^2}$$

$$\ln(P(X|\theta)P(\theta)) = \ln(\theta^6 \times (1-\theta)^4 \times \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} \times e^{-50(\theta-0.5)^2}) = 6\ln(\theta) + 4\ln(1-\theta) + \ln\left(\frac{1}{10\sqrt{2\pi}}\right) - 50(\theta-0.5)^2 \quad \hat{\theta} \approx 0.529$$

假设 $\theta \sim \text{Beta}(3, 3)$

$$P(X|\theta)P(\theta) = \theta^6 \times (1-\theta)^4 \times \frac{1}{B(\alpha, \beta)} \times \theta^{\alpha-1} (1-\theta)^{\beta-1} \quad \hat{\theta} = \frac{\alpha+5}{\alpha+\beta+8} = \frac{8}{3+3+8} \approx 0.57$$

BE

共轭先验:

在贝叶斯统计中, 如果后验分布与先验分布属于同类, 则先验分布与后验分布被称为**共轭分布**, 而先验分布被称为似然函数的**共轭先验**

目的:

估计 θ 的分布 $P(\theta|X)$: 如果后验分布的范围较窄, 则估计值的准确度相对较高, 反之, 如果后验分布的范围较广, 则估计值的准确度就较低

似然函数服从二项分布(共轭先验为**beta**分布) $P(\theta) \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$:

$$P(\theta|X) = \frac{P(X|\theta)P(\theta)}{P(X)} = \frac{P(X|\theta)P(\theta)}{\int_{\Theta} P(X|\theta)P(\theta)d\theta} = \frac{\theta^6(1-\theta)^4 \frac{\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}}{\int_{\Theta} \theta^6(1-\theta)^4 \frac{\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}d\theta} = \text{Beta}(\theta|\alpha+6, \beta+4)$$

假设 $\alpha = 3, \beta = 3$, 在这种情况下, 先验分布会在 0.5 处取得最大值。

可以用后验分布的期望作为 θ 的估计值 $\hat{\theta} = \int_{\Theta} \theta P(\theta|X)d\theta = E(\theta) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{9}{9 + 7} = 0.5625$

注: 二项分布参数的共轭先验是**Beta**分布, 多项式分布参数的共轭先验是**Dirichlet**分布, 指数分布参数的共轭先验是**Gamma**分布, 高斯分布均值的共轭先验是另一个高斯分布, 泊松分布的共轭先验是**Gamma**分布。

MLE & MAP & BE

Type	MLE	MAP	BE
$\hat{\theta}$	0.6	0.57	0.5625
f	$P(X \theta)$	$P(X \theta)P(\theta)$	$\frac{P(X \theta)P(\theta)}{P(X)}$

- 从MLE、MAP到BE，从上表可以看出的 θ 估计值是逐渐接近0.5的。

从公式的变化可以看出，使用的信息是逐渐增多的。

- MLE、MAP中都是假设 θ 未知，但是确定的值，都将使函数取得最大值的作为估计值，区别在于最大化的函数不同，最大后验概率估计使用了 θ 的先验概率。
- BE中，假设参数 θ 是未知的随机变量，不是确定值，求解的是参数 θ 在样本 X 上的后验分布。

一句话总结：

- MLE: 寻找使模型产出观测数据的概率最大的一组模型参数
- MAP: 寻找对于已知先验概率以及观测数据最适合的一组模型参数
- BE: 估计参数的分布

以文本

□ 类别c: 垃圾邮件 c_1 , 非垃圾邮件 c_2

□ 词汇表, 两种建立方法:

□ 样本:
邮件

■ 使用现成的单词词典;

■ 将所有邮件中出现的单词都统计出来, 得到词典。

■ 记单词数目为N

□ 分类目
垃圾邮件

□ 将每个邮件m映射成维度为N的向量 \mathbf{x}

■ 若单词 w_i 在邮件m中出现过, 则 $x_i=1$, 否则, $x_i=0$ 。即邮件的向量化: $m \rightarrow (x_1, x_2, \dots, x_N)$

□ 方法:

□ 贝叶斯公式: $P(c|\mathbf{x}) = P(\mathbf{x}|c) * P(c) / P(\mathbf{x})$

■ $P(c_1|\mathbf{x}) = P(\mathbf{x}|c_1) * P(c_1) / P(\mathbf{x})$

■ $P(c_2|\mathbf{x}) = P(\mathbf{x}|c_2) * P(c_2) / P(\mathbf{x})$

□ 注意这里 \mathbf{x} 是向量

□ $P(c|\mathbf{x}) = P(\mathbf{x}|c) * P(c) / P(\mathbf{x})$

□ $P(\mathbf{x}|c) = P(x_1, x_2, \dots, x_N | c) = P(x_1 | c) * P(x_2 | c) \dots P(x_N | c)$

■ 特征条件独立假设

□ $P(\mathbf{x}) = P(x_1, x_2, \dots, x_N) = P(x_1) * P(x_2) \dots P(x_N)$

■ 特征独立假设

□ 带入公式: $P(c|\mathbf{x}) = P(\mathbf{x}|c) * P(c) / P(\mathbf{x})$

无处不在的贝叶斯

- 机器学习：垃圾邮件分类/文本分类
 - 如果样本特征的分布大部分是连续值，则用**GaussianNB**比较好；
 - 特征分布大部分是多元离散，用**MultinomialNB**比较合适
 - 样本特征是二元离散或者很稀疏的多元离散，用**BernoulliNB**；
 - 如果 x 既有连续又有离散，一般选择高斯朴素贝叶斯
- 自然语言处理：中文分词
- 统计机器翻译
- 图像识别：贝叶斯图像识别
- **EM**算法与基于模型的聚类
- 推荐系统
- 博弈论

朴素贝叶斯算法小结

- 优点:

- 1) 朴素贝叶斯模型发源于古典数学理论，有稳定的分类效率。
- 2) 对小规模的数据表现很好，能个处理多分类任务，适合增量式训练，尤其是数据量超出内存时，我们可以一批批的去增量训练。
- 3) 对缺失数据不太敏感，算法也比较简单，常用于文本分类。

- 朴素贝叶斯的主要缺点有:

- 1) 理论上，朴素贝叶斯模型与其他分类方法相比具有最小的误差率。但是实际上并非总是如此，这是因为朴素贝叶斯模型给定输出类别的情况下,假设属性之间相互独立，这个假设在实际应用中往往是不成立的，在属性个数比较多或者属性之间相关性较大时，分类效果不好。而在属性相关性较小时，朴素贝叶斯性能最为良好。对于这一点，有半朴素贝叶斯之类的算法通过考虑部分关联性适度改进。
- 2) 需要知道先验概率，且先验概率很多时候取决于假设，假设的模型可以有很多种，因此在某些时候会由于假设的先验模型的原因导致预测效果不佳。
- 3) 由于我们是通过先验和数据来决定后验的概率从而决定分类，所以分类决策存在一定的错误率。
- 4) 对输入数据的表达形式很敏感。

文本分类demo

comp. graphics comp. os. ms-windows. misc comp. sys. ibm. pc. hardware comp. sys. mac. hardware comp. windows. x	rec. autos rec. motorcycles rec. sport. baseball rec. sport. hockey	sci. crypt sci. electronics sci. med sci. space
misc. forsale	talk. politics. misc talk. politics. guns talk. politics. mideast	talk. religion. misc alt. atheism soc. religion. christian

实验数据：新闻组中的20个类别，原始文本数目约两万个，根据新闻组中文本的时间前后，划分成训练集(60%)和测试集(40%)。

数据获取：

- 可使用sklearn.datasets.fetch_20newsgroups获取原始文本
- 或者使用sklearn.datasets.fetch_20newsgroups_vectorized返回文本向量

<http://qwone.com/~jason/20Newsgroups/>

Thanks & Questions